

تمارين حول الحدوديات

تمرين 1

1- عمل الحدوديات التالية

$$P(x) = (x^2 + 4x + 2)^2 - 4$$

$$Q(x) = (9x^2 - 1)(2x + 3) - (4x^2 - 9)(3x + 1)$$

$$K(x) = x^3 - x^2 - x + 1$$

$$H(x) = x^4 - x^2 - 12$$

2- هل الحدوديتين P و Q متساويتان في كل الحالات

$$Q(x) = 3x^2 + x^3 - 4x + 1 + 3x^3$$

$$P(x) = 4x^3 + 3x^2 - 4x + 1 \quad *$$

$$Q(x) = \frac{1}{\sqrt{2} + 1} x^2 - 4x + 1$$

$$P(x) = (\sqrt{2} - 1)x^2 - 4x + 1 \quad *$$

$$Q(x) = x^2 - 3x^3 + x$$

$$P(x) = -3x^3 + x^2 - x \quad *$$

3- لتكن

$$P(x) = (a+b)x^3 + (b-c)x^2 + (a-c+1)x$$

حدد a و b و c لكي تكون $P(x)$ حدودية منعدمة

تمرين 2

حدد باقي وخارج قسمة

$$أ - 2x^3 + 3x^2 - 5x + 1 \text{ على } x + 2$$

$$ب - 5x^4 - 3x^2 + 2x - 3 \text{ على } x + 1$$

$$ج - 4x^5 - 5x^3 + 1 \text{ على } x - 1$$

تمرين 3

نعتبر الحدودية $P(x) = x^3 + 2x^2 - 5x - 6$

1- حدد من بين الأعداد 1 و 2 و 3 و 2 من يمثل جذرا لـ $P(x)$

2- بإنجاز القسمة الاقليدية لـ $P(x)$ على $x - 2$ حدد حدودية $Q(x)$ حيث $P(x) = (x - 2)Q(x)$

3- (أ) تأكد أن 3- جذرا لـ $Q(x)$

(ب) عمل $P(x)$

(ج) حل المتراجحة $P(x) \geq 0$ $x \in \mathbb{R}$

تمرين 4

نعتبر الحدودية $P(x) = -2x^3 - x^2 + 8x + 4$

1- تأكد أن 2- جذر للحدودية $P(x)$

2- بإنجاز القسمة الاقليدية للحدودية $P(x)$ حدد ثلاثية الحدود $Q(x)$ حيث $P(x) = (x + 2)Q(x)$

3- تأكد أن $\frac{-1}{2}$ جذر للحدودية $Q(x)$ ثم أكتب $P(x)$ على شكل جداء لحدانيات

تمرين 5

نعتبر الحدودية $P(x) = x^3 - 2x^2 - 5x + 6$

1- بين أن $P(x)$ تقبل القسمة على $(x - 1)$

2- أكتب $P(x)$ على شكل جداء حدانيات

3- حل في \mathbb{R} $P(x) < 0$

$$-4 \text{ نفترض أن } |x-2| < 10^{-2} \text{ أعط تائيرا للعدد } \sqrt{\frac{P(x)}{x+2}} \text{ بالدقة } 10^{-2}$$

تمرين 6

$$P(x) = 2x^3 + x^2 - 24x - 12 \text{ نعتبر الحدودية}$$

$$-1 \text{ أحسب } P(2\sqrt{3}) \text{ واستنتج أن } P(x) \text{ تقبل القسمة على } x - 2\sqrt{3}$$

$$-2 \text{ أنجز القسمة الاقليدية للحدودية } P(x) \text{ على } x + \frac{1}{2}$$

$$-3 \text{ أعط تعميلا للحدودية } P(x) \text{ تكون عوامله حدانيات}$$

تمرين 7

$$P(x) = x^3 - x^2 - x - 2 \text{ نعتبر الحدودية}$$

$$-1 \text{ بين أن } P(x) \text{ تقبل القسمة على } x - 2 \text{ ثم أوجد حدودية } Q(x) \text{ حيث } P(x) = (x - 2)Q(x)$$

$$-2 \text{ أ- تأكد أن } Q(x) - 3 = \left(x + \frac{1}{2}\right)^2 - \frac{9}{4}$$

$$\text{ب- بين أنه إذا كان 1 تقرب للعدد } x \text{ إلى } 10^{-2} \text{ فإن 3 تقرب للعدد } Q(x) \text{ إلى } 4 \times 10^{-2}$$

تمرين 8

$$\text{نعتبر الحدودية } P(x) = x^3 - (a-b)x^2 + (a-3b-1)x + 2\sqrt{2} \text{ حيث } a \text{ و } b \text{ عددين حقيقيين.}$$

$$-1 \text{ حدد } a \text{ و } b \text{ لكي تكون } P(x) \text{ قابلة للقسمة على كل من } x - 2 \text{ و } x + \sqrt{2}$$

$$-2 \text{ نضع } a = 3 \text{ و } b = \sqrt{2}$$

$$\text{أ- حدد حدودية } Q(x) \text{ حيث } P(x) = (x - 2)Q(x)$$

$$\text{ب- أحسب } Q(-\sqrt{2}) \text{ ثم عمل } P(x)$$

$$\text{ج- حل المتراجحة } P(x) < 0 \text{ } x \in \mathbb{R}$$

$$\text{د- نفترض أن } x \in]0; 1[\text{ بين أن } \sqrt{2} \text{ تقرب للحدودية } P(x) \text{ بالدقة } 1 + \sqrt{2}$$

تمرين 9

$$P(x) = x^3 - (3\sqrt{3} + 1)x^2 + m(2 + \sqrt{3})x - 6 \text{ نعتبر الحدودية}$$

$$-1 \text{ حدد قيمة } m \text{ حيث } P(x) \text{ تكون قابلة للقسمة على } (x - 1)$$

$$-2 \text{ نضع } m = 3$$

$$\text{أ- حدد حدودية } Q(x) \text{ حيث } P(x) = (x - 1)Q(x)$$

$$\text{ب- تأكد أن } \sqrt{3} \text{ جدرا للحدودية } P(x)$$

$$\text{استنتج تعميلا لـ } P(x) \text{ تكون عوامله حدانيات}$$

تمرين 10

$$P(x) = 2x^3 + 3x^2 - 3x - 2 \text{ نعتبر}$$

$$-1 \text{ أحسب } P(-2) \text{ و } P(1) \text{ و } P(3)$$

$$-2 \text{ أنجز القسمة الاقليدية لـ } P(x) \text{ على } x + 2$$

$$-3 \text{ بين إذا كان } \alpha \text{ جدرا غير منعدم لـ } P(x) \text{ فإن } \frac{1}{\alpha} \text{ جدرا}$$

$$\text{استنتج الجذور الثلاث لـ } P(x).$$